

4자유도 로봇팔 궤적 계획

(1) 실험목적과 절차

이번 실험에서는 4 자유도를 갖는 로봇팔의 끝점을 주어진 초기 위치에서 최종 위치로 이동시키기 방법을 이론과 시뮬레이션을 통해 실습한다.

(1-1) 절차

4 자유도를 갖는 로봇팔의 끝점을 주어진 초기 위치에서 최종 위치로 이동시키기 위한 제어 순서는 다음과 같다.

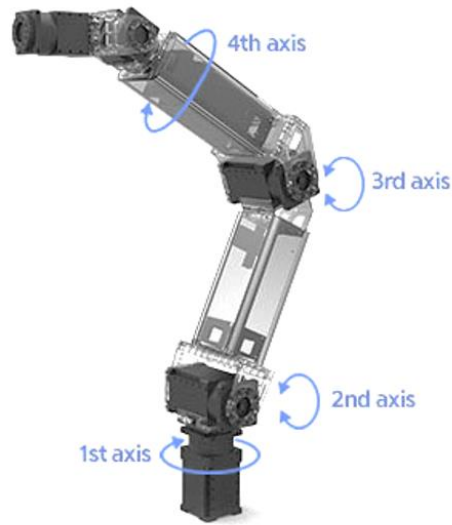
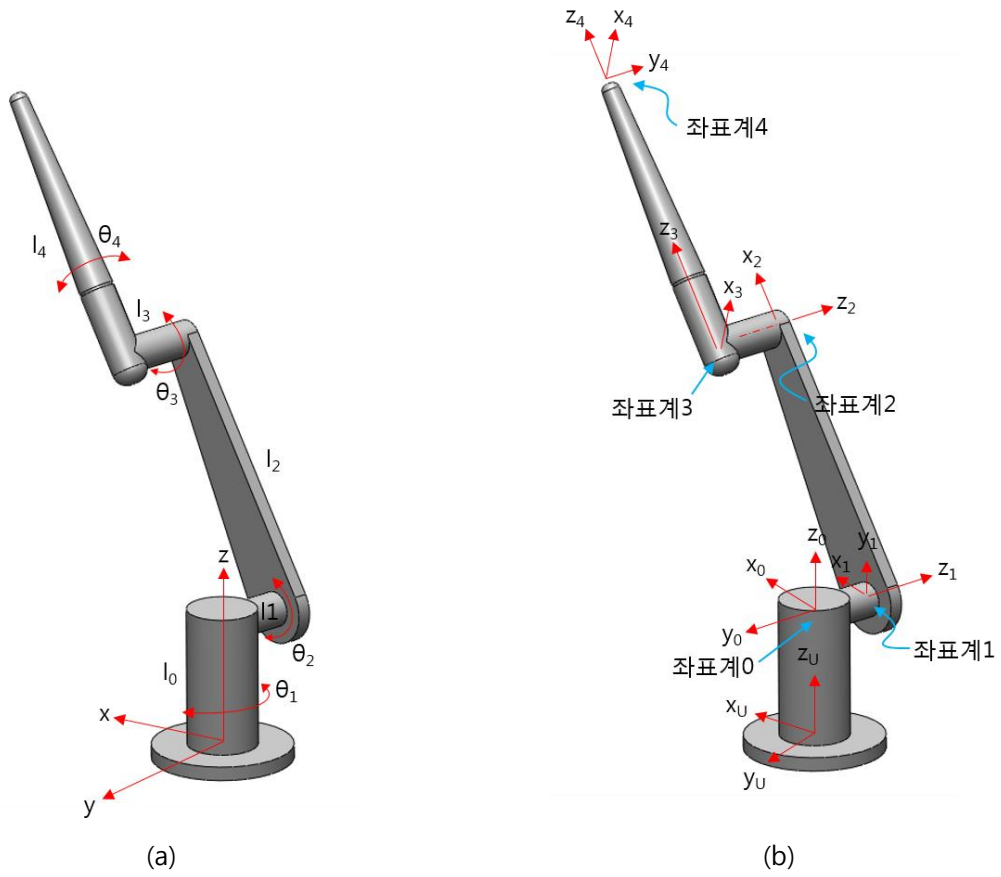
- 1- 모델링(forward kinematic model): 로봇의 운동학(기구학) 모델을 구한다. 즉 로봇 끝점의 위치(좌표)를 조인트 각도의 함수로 표현한다.
- 2- 역기구학(inverse kinematics): 절차 1의 모델을 이용하여 조인트 각도를 로봇 끝점 좌표의 함수로 구한다.
- 3- 궤적 경로 계획(trajjectory planning): 먼저 주어진 로봇팔 끝점의 초기 위치와 최종 위치로부터 해당 조인트 각도를 구한다. 그리고 주어진 작동시간 및 속도 조건을 사용하여 로봇의 궤적 경로를 계획한다.
- 4- 제어(control): 제어기를 설계하여 로봇팔이 절차 3에서 계획한 궤적 경로를 추종하도록 제어한다.

본 실험에서는 절차 4의 제어기 설계를 생략하고 절차3에서 계획한 궤적 경로를 따라 로봇팔이 동작하도록 시뮬레이션한다.

(2) 실험

(2-1) 모델링

본 실험에서 제어할 로봇팔의 기구학적 모델은 Figure 1과 같다. Figure 1은 4 자유도 즉, 네 개의 회전축을 갖는 로봇팔이다. Figure 1(a)에서 θ_1 은 z_0 축을 중심으로 x_0 축과 x_1 축이 이루는 각도이며 θ_2 는 z_1 축을 중심으로 x_1 축과 x_2 축이 이루는 각도이다. θ_3 는 z_2 축을 중심으로 x_2 축과 x_3 축이 이루는 각도이며 θ_4 는 z_3 축을 중심으로 x_3 축과 x_4 축이 이루는 각도이다. l_2 와 l_4 는 각각 링크2와 링크4의 길이이다(링크0, 링크1과 링크3의 길이는 0이다.). 위 로봇팔의 기구학을 풀기 위해 각 좌표계간의 변환행렬을 구하면 다음과 같다[1, 2].



(c)

Figure 1. Kinematics of a 4 degree of freedom (DOF) robot arm

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & c_2 l_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & s_2 l_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2A_3 = \begin{bmatrix} -s_3 & 0 & c_3 & 0 \\ c_3 & 0 & s_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^3A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Where $c_i = \cos(\theta_i)$, $s_i = \sin(\theta_i)$ ($i=1,2,3,4$)

(1)

식(1)에서 0A_1 은 좌표계0 과 좌표계1 간의 변환행렬이며 ${}^1A_2, {}^2A_3, {}^3A_4$ 은 각각 좌표계1 과 좌표계2 간의 변환행렬, 좌표계2 와 좌표계3 간의 변환행렬, 좌표계3과 좌표계4 간의 변환행렬이다.

(2-2) 역기구학 구하기

로봇팔 끝점의 위치와 방향을 표현하는 임의의 행렬 T 가 식(2)처럼 주어졌을 때, 로봇팔의 기구학과 행렬 T의 관계는 식(3)과 같다.

$$T = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & p_x \\ r_4 & r_5 & r_6 & p_y \\ r_7 & r_8 & r_9 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4 \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & p_x \\ r_4 & r_5 & r_6 & p_y \\ r_7 & r_8 & r_9 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & c_2 l_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & s_2 l_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -s_3 & 0 & c_3 & 0 \\ c_3 & 0 & s_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

식(2)에서 원소 r 로 이루어진 3x3 행렬은 로봇팔 끝점의 회전 방향을 나타내는 회전 행렬이며 p_x, p_y, p_z 로 이루어진 3x1행렬은 로봇팔 끝점의 좌표를 나타내는 위치 행렬이다(여기서, p_x, p_y, p_z 는 좌표계0을 기준으로 한다). 식(3)을 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ 에 대해 풀면 아래와 같다.

$$\theta_1 = \text{Atan2}(p_y, p_x) \quad (4)$$

$$\theta_3 = \text{Atan2}(B_0, A_0), \quad (5)$$

$$\text{Where } A_0 = \frac{(p_x c_1 + p_y s_1)^2 + p_z^2 - l_4^2 - l_2^2}{2l_4 l_2}, \quad B_0 = \pm \sqrt{1 - A_0^2}, \quad c_1 = \cos(\theta_1), \quad s_1 = \sin(\theta_1)$$

$$\theta_2 = \text{Atan2}(B_1, A_1), \quad (6)$$

$$\text{Where } A_1 = \frac{(c_3 l_4 + l_2)(c_1 p_x + p_y s_1) + p_z s_3 l_4}{(p_x c_1 + p_y s_1)^2 + p_z^2}, \quad B_1 = \pm \sqrt{1 - A_1^2}$$

$$\theta_4 = \text{Atan2}(B_2, A_2), \quad (7)$$

$$\text{Where, } A_2 = (c_2 s_3 + c_3 s_2)c_1 r_1 - (c_2 s_3 + c_3 s_2)s_1 r_4 + (c_2 c_3 - s_2 s_3)r_7, \quad B_2 = -c_1 r_4 + r_1 s_1$$

이 경우, 식(4), (5), (6)은 로봇팔 끝점의 좌표(p_x, p_y, p_z)의 함수임에 주목한다. 그리고 식(7)은 회전행렬의 첫번째 열(r_{11}, r_{14}, r_{17})의 함수임에 주목한다. 여기서 Atan2 는 다음과 같이 계산한다[3] (참고: 각도의 단위는 라디안(rad)으로 계산한다.)

계산기의 단위가 라디안(rad)일 때

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{if } x > 0, \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y \geq 0, \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y < 0, \\ +\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y > 0, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y < 0, \\ \text{undefined} & \text{if } x = 0 \text{ and } y = 0, \end{cases}$$

(단위: rad)

계산기의 단위가 도(°)일 때

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \times \frac{\pi}{180} & \text{if } x > 0, \\ \left(\arctan\left(\frac{y}{x}\right) + 180^\circ\right) \times \frac{\pi}{180} & \text{if } x < 0 \text{ and } y \geq 0, \\ \left(\arctan\left(\frac{y}{x}\right) - 180^\circ\right) \times \frac{\pi}{180} & \text{if } x < 0 \text{ and } y < 0, \\ +\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y > 0, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y < 0, \\ \text{undefined} & \text{if } x = 0 \text{ and } y = 0, \end{cases}$$

(단위: rad)

참고: 도(°) 단위의 값을 라디안(rad) 단위로 변환하려면, 도(°) 단위의 값에 $\frac{\pi}{180}$ 을 곱해준다.

로봇팔 끝점의 초기 위치(x_i, y_i, z_i)와 초기 방향행렬의 첫번째 열($r_{11i}, r_{14i}, r_{17i}$) 그리고 최종 위치(x_f, y_f, z_f)와 최종 방향행렬의 첫번째 열($r_{11f}, r_{14f}, r_{17f}$)이 주어졌을 때 (여기서 초기 위치와 초기 방향행렬의 첫번째 열 그리고 최종 위치와 최종 방향행렬의 첫번째 열은 모두 좌표계0을 기준으로 측정한 위치이다), 식(4), (5), (6), (7)을 사용하여 각 위치 및 방향 좌표에 대한 조인트 각도($\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$)를 구할 수 있다. 위 식들의 유도 방법에 대한 자세한 내용은 참조 자료[4, 5]를 참고한다.

(3) 궤적 경로 계획

다음으로 Figure 1의 로봇팔 끝점을 초기 위치에서 최종 위치로 이동시키기 위한 경로를 생성해보자. 본 실험에서는 Cubic polynomial 방식을 사용하여 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ 의 경로를 각각 생성한다. Cubic polynomial 공식은 다음과 같다.

$$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3: \text{단위(rad)}$$

여기서,

$$a_0 = \theta_i, \quad a_1 = \dot{\theta}_i, \quad a_2 = \frac{3(\theta_f - \theta_i) - t_f(2\dot{\theta}_i + \dot{\theta}_f)}{t_f^2}, \quad a_3 = \frac{2(\theta_i - \theta_f) - t_f(\dot{\theta}_f + \dot{\theta}_i)}{t_f^3} \quad (8)$$

위 식에서 각 변수들에 대한 설명은 아래 표에 정리한다. 식(8)에 대한 자세한 내용은 참조자료[6]를 참고한다.

θ_i	초기 각도(rad)
$\dot{\theta}_i$	초기 각속도(rad/s)
θ_f	최종 각도(rad)
$\dot{\theta}_f$	최종 각속도(rad/s)
t_f	최종 목표점에 도달할 때까지 걸리는 시간(sec)

(4) 시뮬레이션

(2)절에서 구한 역기구학과 (3)절에서 구한 경로를 이용하여 로봇팔의 시뮬레이션을 진행한다. 로봇팔을 시뮬레이션하는 순서는 다음과 같다.

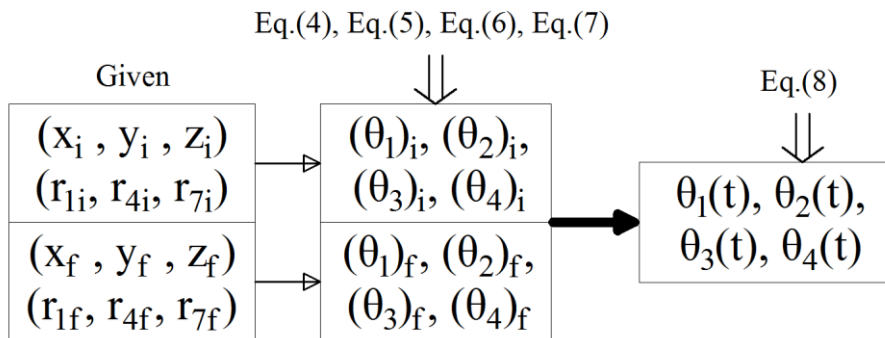


Figure 2

로봇팔 끝점의 초기좌표와 최종좌표가 주어졌을 때 식(4), (5), (6), (7) 으로 부터 각 좌표에 대한 조인트 각도를 구한다. 다음으로 식(8)을 사용하여 조인트1과 조인트2, 조인트3, 조인트4에 대한 각도 경로를 생성한다. 이렇게 생성된 경로를 로봇팔에 입력하여 로봇팔을 초기좌표에서 최종좌표로 움직인다.

(4-1) 랩뷰에서 시뮬레이션하기

제공된 랩뷰 시뮬레이션 파일을 열고 아래 순서대로 시뮬레이션을 진행한다.

(랩뷰 파일 위치: 바탕화면 > "로봇팔 실습"폴더 > "4자유도"폴더 > "Application")

1- Figure 4에 표시된 '실행 버튼'(⇒)을 누른 후 "Cubic polynomial 입력" 탭을 클릭하고 Theta1, Theta2,

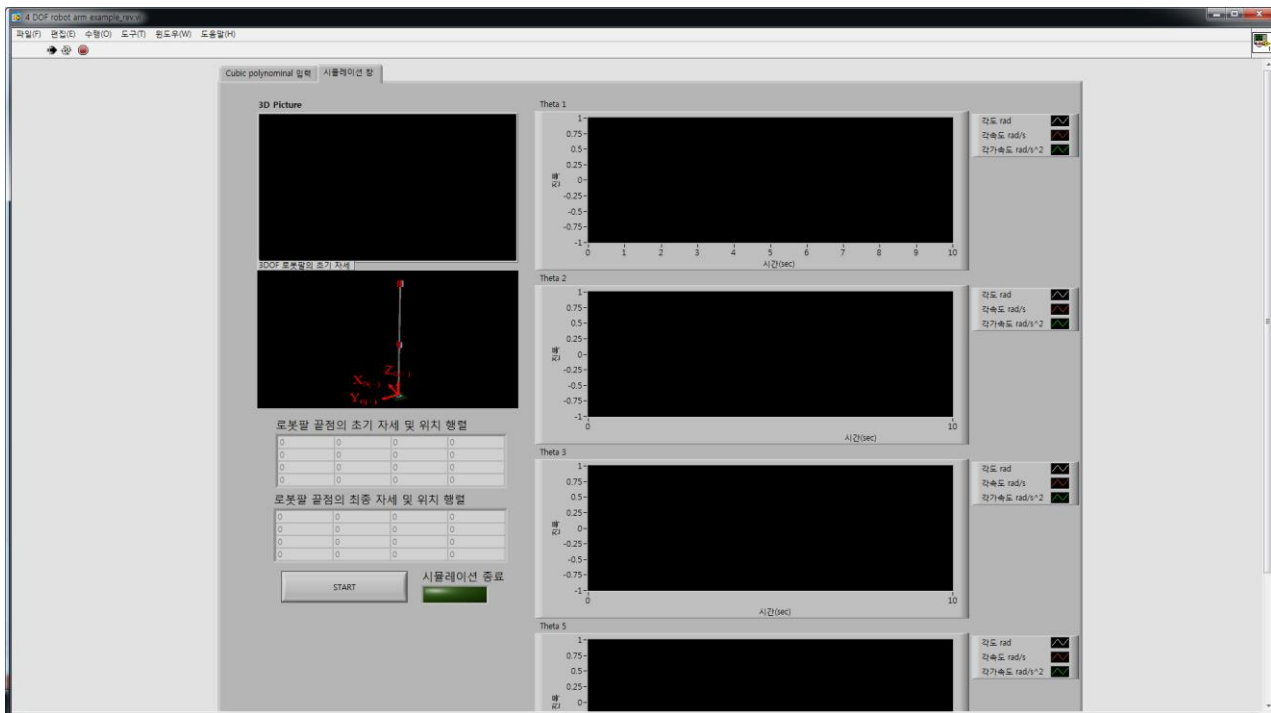


Figure 3

Theta3, Theta4에 식(8)을 통해 구한 a_0, a_1, a_2, a_3 을 입력한다.

2- 다음으로 Figure 3처럼, "시뮬레이션 창" 탭을 클릭하고 'START' 버튼을 클릭하면 로봇팔의 시뮬레이션이 시작된다.

이 때 좌측의 3D Picture에서는 로봇팔의 3차원 모습을 보여주며 우측의 'Theta1', 'Theta2', 'Theta3', 'Theta4' 그래프에서는 각 조인트의 움직인 각도, 각속도, 각가속도를 보여준다. 시뮬레이션이 종료되면 '시뮬레이션 종료' LED가 켜진다.

3- 시뮬레이션을 다시 시작하고 싶다면 순서1부터 다시 진행하면 된다.

시작 버튼

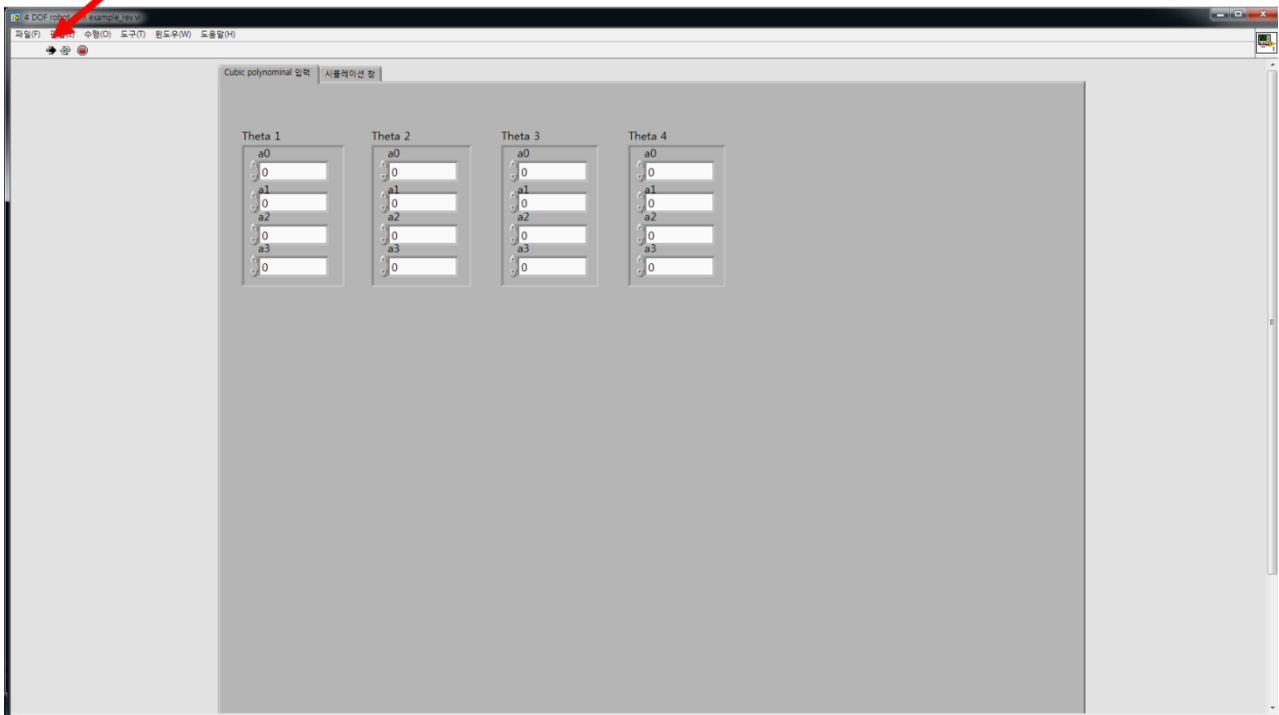


Figure 4

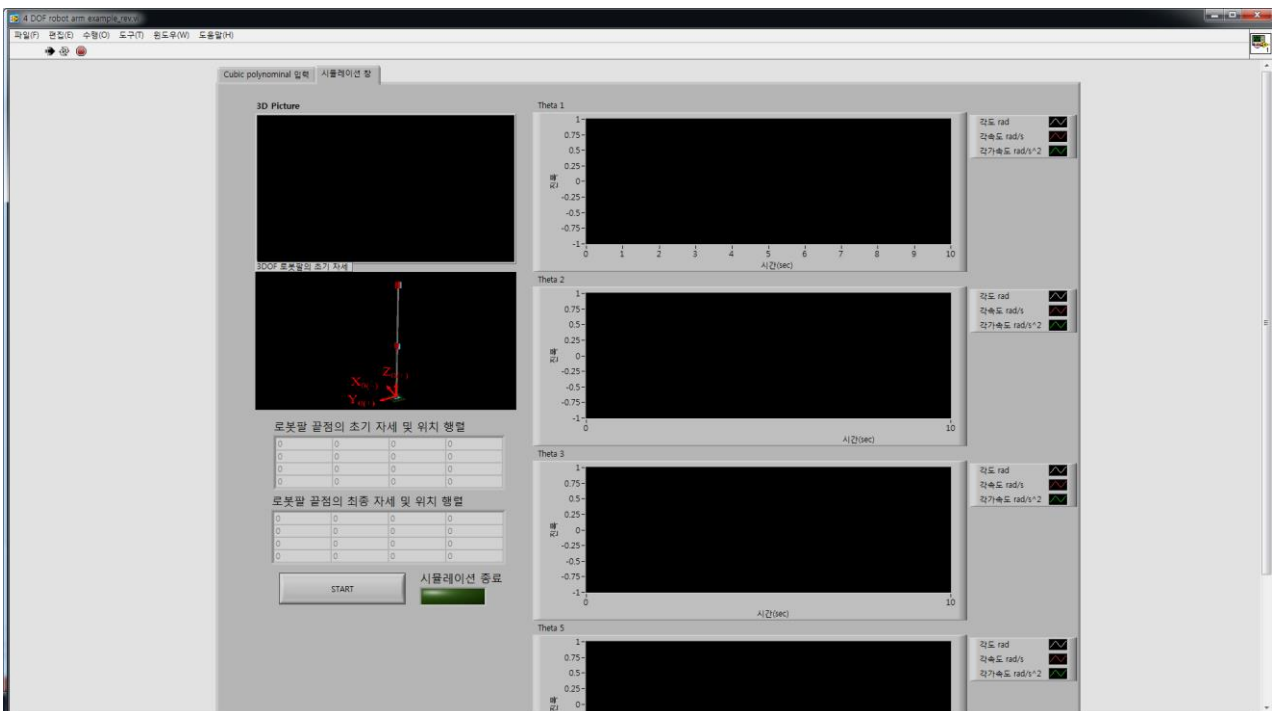


Figure 3

참조 자료

- [1] S. Niku, "Introduction to Robotics," ed: John Wiley & Sons, 2010, pp. 73-77.
- [2] S. M. LaValle. (2006). *Planning Algorithms*. Available: <http://planning.cs.uiuc.edu/node109.html>
- [3] Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/Atan2>
- [4] J. J. Craig, "로보틱스 입문(3판)," ed: Pearson Education Korea, 2005, pp. 146-148.

- [5] S. Niku, "Introduction to Robotics," ed: John Wiley & Sons, 2010, pp. 87-102.
- [6] P. D. Richard R. Lindeke. (2012). Available: http://www.d.umn.edu/~rlindek1/ME4135_11/Robotic Path Control Techniques_F12.pptx

보고서

실험일자: _____ 학번: _____ 반/팀: _____ 성명: _____

로봇팔의 사양이 Table 1과 같을 때 랩뷰로 시뮬레이션을 진행하고 아래의 보고서를 작성하라.

Table 1 로봇팔의 사양 및 궤적 정보

링크2 길이(l_2)	0.5 m
링크3 길이(l_4)	0.5 m
끝점의 초기좌표(x_i, y_i, z_i)	(0 m, 0 m, 1 m)
끝점의 초기방향행렬의 첫번째 열(r_{1i}, r_{4i}, r_{7i})	(1, 0, 0)
초기좌표에서의 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 의 각속도	0 rad/s
끝점의 최종좌표(x_f, y_f, z_f)와 최종방향행렬의 첫번째 열(r_{1f}, r_{4f}, r_{7f})	Table 2참조
최종좌표에서의 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ 의 각속도	0 rad/s
초기좌표에서 최종좌표로 이동하는데 걸린 시간(t_f)	10초
*여기서, 끝점의 초기 좌표와 초기 방향 그리고 최종 좌표와 최종 방향은 좌표계0을 기준으로 측정됨	

Table 2 로봇팔 끝점의 최종 좌표(좌표 프레임 O_0 기준)

팀	최종 좌표(단위: m)	최종 방향행렬의 첫번째 열	팀	최종 좌표(단위: m)	최종 방향행렬의 첫번째 열
1	(0, 0.5, 0.5)	(0, 0, 1)	6	(-0.5, -0.5, 0.2)	(0.5, -0.5, 0)
2	(0.5, -0.5, 0.3)	(0.5, 0.5, 0)	7	(0.2, 0.7, 0.5)	(1, 0, 0)
3	(0.5, -0.5, 0.7)	(0, 0.7, 0.7)	8	(0.7, 0.2, 0.5)	(0, 1, 0)
4	(0, -0.5, 0.5)	(1, 0, 0)	9	(0.7, -0.2, 0.5)	(0, 1, 0)
5	(-0.3, -0.3, 0.5)	(0.5, -0.5, 0)	10	(0.2, 0.2, 0.7)	(0, 0, 1)

- 1) 식(4), (5), (6), (7)과 위의 초기 및 최종 좌표와 방향을 이용하여 로봇 조인트 각도 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ 의 초기값과 최종값을 구하여라. (참고: 각도의 단위는 라디안(rad)이며 식(5)의 B_0 은 -, 식(6)의 B_1 은 +로 계산한다.; 초기값 $\text{atan2}(0, 0)$ 은 0으로 가정한다.)

	초기 각도 θ_i	최종 각도 θ_f
조인트1 각도, θ_1 (rad)		
조인트2 각도, θ_2 (rad)		
조인트3 각도, θ_3 (rad)		
조인트4 각도, θ_4 (rad)		

- 2) 식(8)을 사용하여 네 개의 조인트 궤적 함수 $\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t), \theta_4(t)$ 의 계수 a_0, a_1, a_2, a_3 를 각각 계산하여라.

	a_0	a_1	a_2	a_3
θ_1 (rad)				
θ_2 (rad)				
θ_3 (rad)				
θ_4 (rad)				

3) 랩뷰에서 로봇팔을 시뮬레이션하고 각 조인트의 각도, 속도, 가속도("Theta1", "Theta2", "Theta3", "Theta4")를 스케치하여라. (최대, 최소 등 특징 값들과 해당 시간을 대략적으로 표시하여라.)

4) 식(5) B_0 의 부호를 +로 계산하였을 때, 10초 후 로봇팔의 최종 자세를 스케치하고, -로 계산하였을 때와 어떤 차이가 있는지 설명하여라.